



# ΕΝΩΣΗ ΕΛΛΗΝΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

ΓΡΙΒΑΙΩΝ 6 106 80 ΑΘΗΝΑ  
Τηλ.: 210/3635701 Fax : 210/3610690  
e-mail: [eef@otenet.gr](mailto:eef@otenet.gr) [www.eef.gr](http://www.eef.gr)

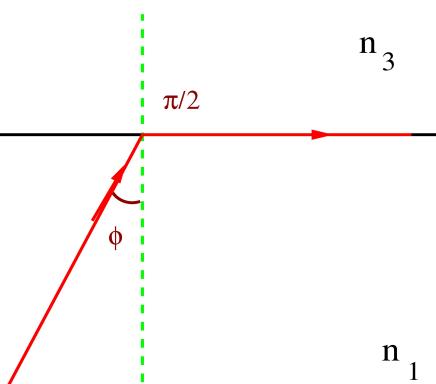
ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 25 ΜΑΙΟΥ 2012

## ΘΕΜΑ ΠΡΩΤΟ

- 1) γ)
- 2) β)
- 3) γ)
- 4) γ)
- 5) α)  $\Sigma$   
β)  $\Sigma$   
γ)  $\Lambda$   
δ)  $\Lambda$   
ε)  $\Sigma$

## ΘΕΜΑ ΔΕΥΤΕΡΟ

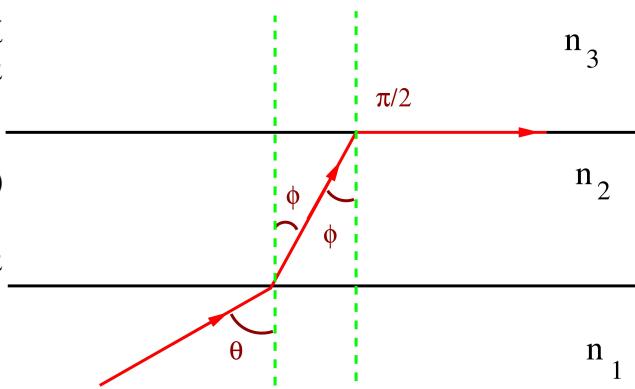
- 1) Η διάθλαση από το μέσο 1 (νερό) στο μέσο 3 (αέρας) χωρίς την ύπαρξη του ενδιάμεσου στρώματος είναι η εξής:



Επομένως η γωνία πρόσπτωσης είναι η κρίσιμη γωνία νερού – αέρα δηλαδή:

$\eta\mu\theta = \frac{1}{n_1}(1)$  Αν ανάμεσα στο νερό και στον αέρα τοποθετηθεί στρώμα λαδιού τότε η ακτίνα θα υποστεί διάθλαση όπου ισχύει

$n_1\eta\mu\theta = n_2\eta\mu\varphi$  Από την (1) έχουμε ότι:  $n_1\eta\mu\theta = n_2\eta\mu\varphi = 1$   
Από τη διάθλαση στην επιφάνεια λαδιού αέρα θα έχουμε ότι:  
 $n_2\eta\mu\varphi = n_3\eta\mu\theta_\delta$   
Επομένως ισχύει  $n_3\eta\mu\theta_\delta = 1$



Συνεπώς η διαθλώμενη κινείται παράλληλα στην διαχωριστική επιφάνεια.

**Επομένως σωστό είναι το γ).**

2) Ο πρώτος δεσμός δίνεται από τη σχέση:

$$x_\delta = \sum_{k=0}^{2k+1} \frac{\lambda}{4} \Rightarrow x_0 = \frac{\lambda}{4} \quad \text{Επομένως οι θέσεις των σημείων είναι:}$$

$$\begin{aligned} x_K &= \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} = \frac{\lambda}{12} \\ x_A &= \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} = \frac{\lambda}{3} \\ y &= 2A \sigma v v \frac{2\pi x}{\lambda} \eta \mu \frac{2\pi t}{T} \quad \text{συνεπώς η ταχύτητα της ταλάντωσης θα είναι} \end{aligned}$$

$$v = 2A \frac{2\pi}{T} \sigma v v \frac{2\pi x}{\lambda} \eta \mu \frac{2\pi t}{T} \quad \text{Η μέγιστη τιμή της ταχύτητας θα είναι:}$$

$$v_{max} = \left| 2A \frac{2\pi}{T} \sigma v v \frac{2\pi x}{\lambda} \right|$$

Επομένως για αυτές τιμές του x ο λόγος των μεγίστων ταχυτήτων θα είναι:

$$\frac{v_{max,K}}{v_{max,A}} = \sqrt{\frac{2A \frac{2\pi}{T} \sigma v v \frac{2\pi x_K}{\lambda}}{2A \frac{2\pi}{T} \sigma v v \frac{2\pi x_A}{\lambda}}} = \sqrt{3}$$

**Επομένως σωστό είναι το α).**

3) Θα χρησιμοποιήσουμε την Αρχή της Επαλληλίας.

Η σφαίρα που κινείται πλάγια προσπίπτει σε τούχο πολύ μεγάλης μάζας επομένως θα ανακλαστεί με την ίδια ταχύτητα. Συνεπώς σε όλη την διάρκεια της κίνησης της θα έχει σταθερή ταχύτητα παράλληλη με τα τοιχώματα και ίση με

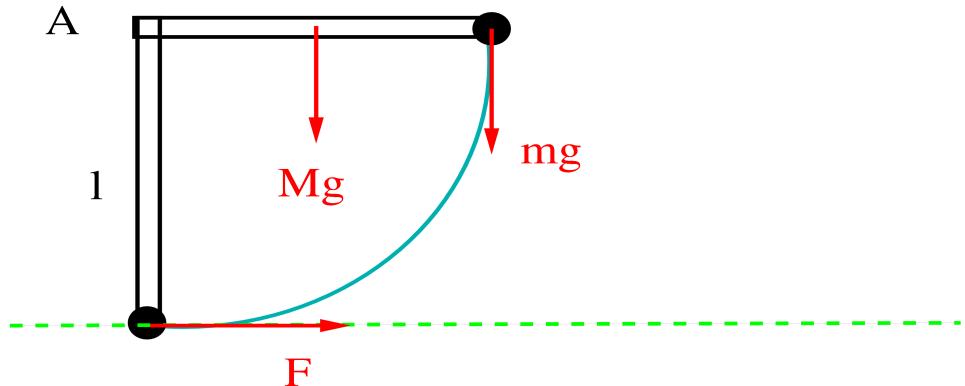
$$v_x = v \sin \theta / 60 = v/2$$

Και οι δύο σφαίρες διανύουν το ίδιο διάστημα  $d$ , επομένως οι χρόνοι θα είναι :

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{d}{v} \\ t_2 &= \frac{d}{v/2} \end{aligned}$$

Επομένως σωστό είναι το α).

## ΘΕΜΑ ΤΡΙΤΟ



α) Η ροπή αδράνειας ως προς το A θα είναι η ροπή αδράνειας της ράβδου και η ροπή αδράνειας της σφαίρας. Τη ροπή αδράνειας της ράβδου θα τη βρούμε με θεώρημα Steiner

$$\begin{aligned} I &= I_p + I_\sigma \\ I_p &= I_{CM} + M(l/2)^2 \\ I_\sigma &= ml^2 \quad \Rightarrow I = 0.45 \quad kg\ m^2 \\ I_{CM} &= \frac{Ml^2}{12} \end{aligned}$$

β) Το έργο της δύναμης  $F$  είναι :

$$W = F s$$

$$s = \theta R \Rightarrow W = 18 J \quad \text{η αλλιώς}$$

$$\theta = \pi/2 \quad \quad \quad W = \tau \theta \Rightarrow W = 18 J$$

γ) Θα χρησιμοποιήσουμε ΘΜΚΕ:

$$K_f - K_i = \sum W$$

$$\sum W = W_F + W_B$$

$$W_F = 18 J$$

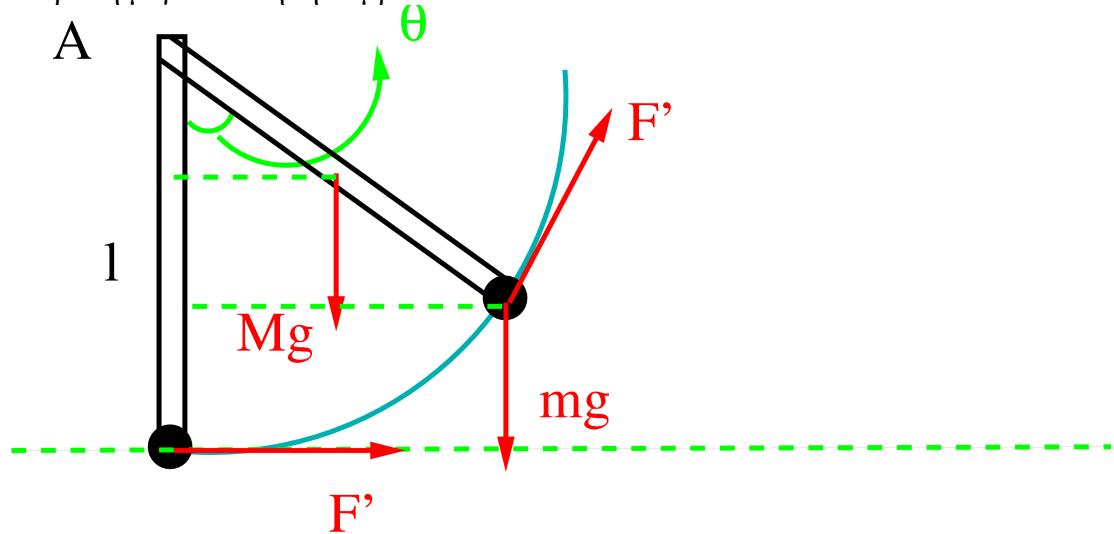
$$W_B = -Mg \frac{l}{2} - mgl \Rightarrow \omega = 0$$

$$K_f = \frac{I\omega^2}{2}$$

$$K_i = 0$$

δ) ΤΟ ΘΕΜΑ ΕΙΝΑΙ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΑ ΛΑΝΘΑΣΜΕΝΟ ΟΠΩΣ ΔΙΑΤΥΠΩΘΗΚΕ. Η ΡΑΒΔΟΣ ΠΑΙΡΝΕΙ ΑΡΚΕΤΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΩΣΤΕ ΝΑ ΚΑΝΕΙ ΑΝΑΚΥΚΛΩΣΗ. ΜΕ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ Η ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΜΕ ΚΑΘΕ ΚΥΚΛΟ ΝΑ ΑΥΞΑΝΕΙ ΣΥΝΕΧΩΣ.

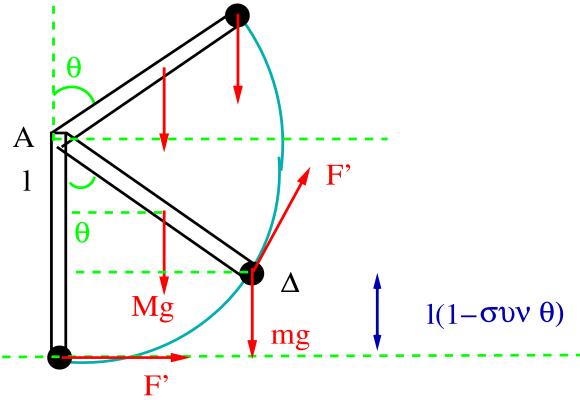
Η πρώτη μεγιστοποίηση συμβαίνει:



Μέγιστη κινητική ενέργεια έχουμε όταν η γωνιακή ταχύτητα γίνεται μέγιστη. Αυτό συμβαίνει όταν η γωνιακή επιτάχυνση μηδενίζεται. Συνεπώς:

$$\begin{aligned} \sum \tau &= I \alpha_y \\ \alpha_y &= 0 \quad \Rightarrow F' l = Mg \frac{l}{2} \eta \mu \theta + mg l \eta \mu \theta \Rightarrow \eta \mu \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ \\ \sum \tau &= \tau_F + \tau_B \end{aligned}$$

Θα ελέγξουμε λοιπόν αν η ράβδος θα εκτελέσει ανακύκλωση. Για να συμβεί αυτό θα πρέπει η ράβδος να φτάσει στην πάνω από την οριζόντια θέση όπου πάλι η γωνιακή επιτάχυνση είναι μηδενική. Η θέση αυτή επειδή οι εξισώσεις είναι ακριβώς οι ίδιες θα είναι η θέση όπου θα σχηματίζει γωνία  $\pi/3$  με την πάνω κατακόρυφο.



Για να φτάσει σε αυτή τη θέση θα πρέπει το έργο της  $F'$  να είναι μεγαλύτερο από το έργο του βάρους, δηλαδή το άθροισμα του έργου του βάρους (αρνητικό) και του έργου της  $F'$  να είναι θετικό ώστε το σώμα να φτάσει στο σημείο αυτό με θετική κινητική ενέργεια. Συνεπώς θα έχουμε:

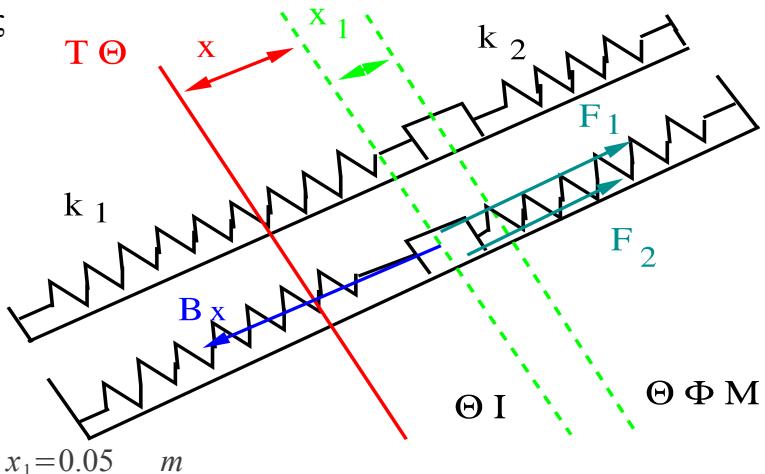
$$W_{F'} = Fl/2\pi/3$$

$$W_B = -Mg \frac{l}{2}(1 + \sin\theta) - Mg \frac{l}{2}(1 + \sin\theta) \Rightarrow W_{F'} + W_B = Fl/2\pi/3 - \frac{3Mgl}{2} = 5.64 \text{ J}$$

Επομένως το σώμα θα εκτελέσει ανακύκλωση. Όμως σε όλη τη διάρκεια του κύκλου η  $F'$  προσφέρει έργο στο σώμα. Συνεπώς με κάθε κύκλο που θα εκτελεί το σώμα θα κερδίζει κινητική ενέργεια. Συνεπώς δεν υπάρχει μέγιστο. Η μέγιστη κινητική ενέργεια είναι μετά από άπειρους κύκλους άπειρη.

## ΘΕΜΑ ΤΕΤΑΡΤΟ

a) Στη θέση ισορροπίας ισχύει η σχέση:



$$m_1 g \eta \mu \varphi = (k_1 + k_2) x_1 \Rightarrow x_1 = 0.05 \text{ m}$$

Εκτρέπουμε το σώμα κατά  $x$  ( στο σχήμα πήραμε θετική φορά προς τα κάτω γιατί η τυχαία θέση είναι χαμηλότερη από τη  $\Theta I$ ). Τότε θα ισχύει:

$$\begin{aligned}\sum F &= F_1' + F_2' - m_1 g \eta \mu \varphi \\ F_1' &= -k_1(x+x_1) \\ F_2' &= -k_2(x+x_1) \\ m_1 g \eta \mu \varphi &= (k_1+k_2)x_1\end{aligned}$$

Επομένως θα εκτελέσει ΑΑΤ με σταθερά  $D = (k_1+k_2)$ .

β) Η γωνιακή συχνότητα δίνεται από :  $\omega = \sqrt{D/m_1} = 10 \text{ rad/s}$

Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το σώμα έχει μηδενική ταχύτητα συνεπώς βρίσκεται στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης επομένως η εξίσωση της κίνησης θα είναι:

$$x = 0.05 \eta \mu (\omega t + \pi/2) = 0.05 \eta \mu (10t + \pi/2) \quad (\text{S.I})$$

γ) Τα δύο σώματα κινούνται με την ίδια γωνιακή συχνότητα και έχουν σαν σύστημα σταθερά τη σταθερά του συστήματος των ελατηρίων. Το κάθε σώμα θα έχει την ξεχωριστή του σταθερά:

$$\begin{aligned}D &= k_1 + k_2 \\ D &= (m_1 + m_2)\omega_1^2 \Rightarrow \omega_2 = 150 \text{ N/m} \\ D_2 &= m_2 \omega_2^2\end{aligned}$$

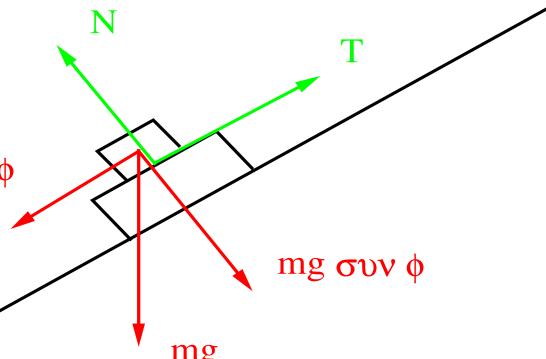
δ) Όταν το σώμα απομακρύνεται από τη ΘΙ προς τα πάνω, η τριβή μειώνεται καθώς αυξάνεται η δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης, μέχρι την ακραία **mg ημ φ** θέση όπου

$$m_2 g \eta \mu \varphi - T = D_2 A' \Rightarrow T = 0$$

Όταν το σώμα απομακρύνεται από τη ΘΙ προς τα κάτω η τριβή αυξάνεται ώστε κατά μέτρο να αυξάνεται η δύναμη επαναφοράς. Θα πρέπει στη θέση  $-A'$  να είναι :

$$T = T_{op,max} \leq \mu N$$

Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκείται στο σώμα 2 είναι από το σχήμα:



$$\begin{array}{ccccccc}
 m_2 g \eta \mu \varphi - T = -D_2 x & T = m_2 g \eta \mu \varphi + D x & T_{max} = m_2 g \eta \mu \varphi + D A \\
 T \leq \mu N & \Rightarrow & T \leq \mu N & \Rightarrow & T \leq \mu N & \Rightarrow & \Sigma \text{νεπώς} \quad \eta \\
 N = m_2 g \sigma v v \varphi & & N = m_2 g \sigma v v \varphi & & N = m_2 g \sigma v v \varphi & & \\
 x = A & & x = A & & x = A & &
 \end{array}$$

$m_2 g \eta \mu \varphi - D_2 x \leq \mu m_2 g \sigma v v \varphi$   
 οριακή τιμή του συντελεστή τριβής θα είναι:

$$\mu = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Η επιτροπή λύσεων της ΕΕΦ

Γκουγκούσης Γιώργος  
 Ζαρκαδούλας Γιώργος  
 Καράβολας Βασίλειος  
 Κασίδης Αθανάσιος  
 Μάντης Βαγγέλης  
 Οικονομίδης Μάκης  
 Πανάγος Λουκάς  
 Σαββάκης Απόστολος  
 Τσεφαλάς Κώστας  
 Φράγγος Δημήτρης